

# συμμετρία

## ΘΕΩΡΙΑ

Για κάθε κρούση ισχύει:

$$\vec{P}_{\text{πριν}}^{\text{ολ}} = \vec{P}_{\text{μετά}}^{\text{ολ}}$$

$$E_{\text{απωλειων}} = K_{\text{ολ,αρχ}} - K_{\text{ολ,τελ}} \Rightarrow$$

$$E_{\text{απωλειων}} = (K_1 + K_2) - (K'_1 + K'_2)$$

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$$

**Ελαστική κρούση**

$$\Delta K_1 = -\Delta K_2$$

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$$

Για κεντρική ελαστική κρούση δυο σφαιρών ισχύει:

$$\vec{P}_{\text{πριν}}^{\text{ολ}} = \vec{P}_{\text{μετά}}^{\text{ολ}} \quad \text{και} \quad K_{\text{πριν}}^{\text{ολ}} = K_{\text{μετά}}^{\text{ολ}}$$

$$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v'_1 + v_1 = v'_2 + v_2$$

Αν  $m_1 = m_2$  τότε

$$v'_1 = v_2$$

$$v'_2 = v_1$$

Αν  $v_2 = 0$  τότε

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Αν  $m_1 = m_2$  και  $v_2 = 0$  τότε

$$v'_1 = 0$$

$$v'_2 = v_1$$

Αν  $m_2 \ll m_1$  και  $v_2 = 0$  τότε

$$v'_1 = v_1$$

$$v'_2 = 2v_1$$

Αν  $m_2 \gg m_1$  και  $v_2 = 0$  τότε

$$v'_1 = -v_1$$

$$v'_2 = 0$$

Ελαστική και πλάγια κρούση μιας σφαίρας με ακλόνητο τοίχωμα.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v'_x = -v_x$$

ΑΔΟ στον  $\psi'\psi$ :

$$\vec{p}_y^{\text{πριν}} = \vec{p}_y^{\text{μετά}} \Rightarrow mv_y$$

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2}$$

και

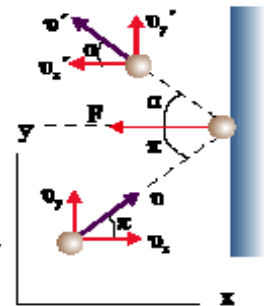
$$\left. \begin{aligned} v' &= \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} \\ v'_x &= v_x \\ v'_y &= v_y \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} &\Rightarrow \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ \text{Όμως } \sqrt{v_x^2 + v_y^2} &= v \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = v$$

δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας δε μεταβάλλεται .

Αν  $\pi$  και  $\alpha$  οι γωνίες που σχηματίζουν η  $u$  και η  $u'$ , αντίστοιχα, με την κάθετη στον τοίχο ισχύει



## συμμετρία

$$\left. \begin{array}{l} \eta_{\mu\pi} = \frac{v_y}{v} \\ \eta_{\mu\alpha} = \frac{v'_y}{v'} \text{ και} \\ v' = v \\ v'_y = v_y \end{array} \right\} \Rightarrow \eta_{\mu\alpha} = \frac{v_y}{v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta_{\mu\pi} = \eta_{\mu\alpha}$$

$$\Rightarrow \pi = \alpha$$

Δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης .

### ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ – ΜΕΤΡΟ ΟΡΜΗΣ

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow K = \frac{m^2v^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{(mv)^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

**ΚΑΙ**

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow K = \frac{mvv}{2} \Rightarrow K = \frac{(mv)v}{2} \Rightarrow K = \frac{pv}{2}$$

## συμμετρία

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

**1.1** Γ89 Δύο σφαίρες (1) και (2) που κινούνται με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  αντίστοιχα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και αποκτούν εξαιτίας της κρούσης ταχύτητα  $\vec{v}'_1$  και  $\vec{v}'_2$  αντίστοιχα. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

Για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση ισχύει:

α)  $v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$       β)  $v_1 - v_2 = v'_1 - v'_2$

γ)  $v_1 + v_2 = -(v'_1 + v'_2)$       δ)  $v_1 + v'_1 = v_2 - v'_2$

**1.2** Γ93 Δύο σώματα (1) και (2) που έχουν ίσες μάζες κινούνται με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  αντίστοιχα και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, με αποτέλεσμα να αποκτήσουν μετά την κρούση ταχύτητα  $\vec{v}'_1$  και  $\vec{v}'_2$  αντίστοιχα. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α)  $v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$       β)  $v_1 = v'_1$  και  $v'_2 = v_2$

γ)  $v'_1 = v_2$  και  $v'_2 = v_1$       δ)  $v_1^2 - v_1'^2 = v_2'^2 - v_2^2$

**1.3** Γ94 Σφαίρα (1) μάζας  $m_1 = m_2$  κινείται με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής  $+u$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα (2) μάζας  $m_2 = 4m$ . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας  $\vec{v}'_1$  που έχει η σφαίρα (1) μετά την κρούση ισούται με:

α)  $-u$       β)  $+0,3u$       γ)  $+0,4u$       δ)  $-0,6u$

**1.4** Γ95 Μικρό σώμα μάζας  $m_1 = m$  κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2 = \lambda m_1$  (όπου  $\lambda$  θετική αδιάστατη ποσότητα). Μετά την κρούση τα δύο σώματα έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή; Η ποσότητα  $\lambda$  ισούται με:

α) 0,5      β) 3      γ) 4      δ) 0,25

**1.5** Γ96 Δύο σώματα μάζας  $m_1$  και  $m_2$  που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες ταχύτητες συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή; Για να ακινητοποιηθεί το σώμα μάζας  $m_1$ , εξαιτίας της κρούσης, πρέπει οι μάζες των δύο σωμάτων να ικανοποιούν τη σχέση:

α)  $m_1 = m_2$       β)  $m_1 = 3m_2$       γ)  $m_1 = 0,5m_2$       δ)  $m_1 = 4m_2$

**1.6** Γ97 Μικρό σώμα (1) μάζας  $m_1$  που κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα (2) μάζας  $m_2$ . Το σώμα (1) μεταβιβάζει κατά 100% την κινητική του ενέργεια στο σώμα (2). Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

Οι μάζες των δύο σωμάτων ικανοποιούν τη σχέση:

α)  $m_1 = 3m_2$       β)  $m_1 = 0,5m_2$       γ)  $m_1 = 1,5m_2$       δ)  $m_1 = m_2$

**1.7** Γ98 Σώμα (1) κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο

## συμμετρία

σώμα (2) που έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα από το σώμα (1). Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι η σωστή;

Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων  $\vec{v}_1'$  και  $\vec{v}_2'$  των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα μετά την κρούση ικανοποιούν τις σχέσεις:

α)  $v_1' = v_1$  και  $v_2' = -v_1$  β)  $v_1' = 0$  και  $v_2' = v_1$

γ)  $v_1' = 0$  και  $v_2' = -v_1$  δ)  $v_1' = -v_1$  και  $v_2' = 0$

**1.8** Γ101 Μικρό σώμα μάζας  $m_1 = m$  έχει κινητική ενέργεια  $K$  και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο μικρό σώμα μάζας  $m_2 = 4m$ . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

Η απώλεια ενέργειας εξαιτίας της κρούσης ισούται με:

α)  $0,2K$  β)  $0,4K$  γ)  $0,5K$  δ)  $0,8K$

**1.9** Γ102 Δύο σώματα (1) και (2) με μάζα  $m$  και  $4m$  αντίστοιχα κινούνται με αντίθετες ορμές και συγκρούονται πλαστικά. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α) Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα πριν την κρούση ικανοποιούν τη σχέση  $v_1 = -4v_2$ .

β) Το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την κρούση κινείται προς την κατεύθυνση κίνησης που είχε πριν την κρούση το σώμα με τη μεγαλύτερη μάζα ( $4m$ ).

γ) Η κινητική ενέργεια κάθε σώματος μεταβάλλεται κατά το ίδιο ποσό εξαιτίας της κρούσης.

δ) Η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετατρέπεται εξαιτίας της κρούσης κατά 100% σε θερμότητα.

**1.10** Γ103 Μικρός ξύλινος κύβος (1) μάζας  $m_1 = 4m$  κινείται με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής  $v_1$  και συγκρούεται μετωπικά και ανελαστικά με ξύλινο κύβο (2) μάζας  $m_2 = m$  που κινείται με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής  $v_2 = -2v_1$ . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

Αν η ταχύτητα του ξύλινου κύβου (1) μετά την κρούση έχει αλγεβρική τιμή  $v_1' = +0,5v_1$  τότε η ταχύτητα του κύβου (2) μετά την κρούση έχει αλγεβρική τιμή:

α) μηδέν β)  $-v_1$ , γ)  $+v_1$ , δ)  $-2v_1$ .

**1.11** Γ1145 Δύο μικρά σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Ο λόγος της ολικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των μαζών πριν και μετά την κρούση είναι  $\frac{K_{ολ}^{μετά}}{K_{ολ}^{πριν}} = 0,75$ . Το

ποσοστό της ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι

α. 0%. β. 25%. γ. 50%. δ. 75%.

**1.12** Γ1147 Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή

α. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

β. ισχύει  $\vec{v} = -\vec{v}'$  (όπου  $\vec{v}$  η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση και  $\vec{v}'$  η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).

## συμμετρία

γ. ισχύει  $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$  (όπου  $\vec{p}_{\text{πριν}}$  η ορμή του συστήματος πριν την κρούση και  $\vec{p}_{\text{μετά}}$  η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).

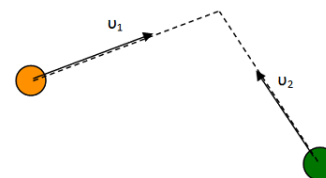
δ. η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται.

**1.13** Γ1148 Δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , εκ των οποίων η  $m_1$  κινείται με ταχύτητα  $u_1$  ενώ η  $m_2$  είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση τα σώματα  $m_1$  και  $m_2$  θα αποκτήσουν ταχύτητες  $u'_1$  και  $u'_2$  αντίστοιχα που θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

α.  $u'_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} u_1$  και  $u'_2 = \frac{2m_1}{m_1 - m_2} u_1$ . β.  $u'_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$  και  $u'_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$ .  
 γ.  $u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$  και  $u'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$ . δ.  $u'_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} u_1$  και  $u'_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} u_2$ .

**1.14** Γ1149 Στο σχήμα, η κρούση των δύο σωμάτων ονομάζεται

- α. κεντρική.
- β. έκκεντρη.
- γ. πλάγια.
- δ. σκέδαση.



**1.15** Γ1150 Μία σφαίρα προσκρούει ελαστικά και πλάγια σε έναν τοίχο με ταχύτητα μέτρου  $u$  και διεύθυνσης που σχηματίζει γωνία  $\pi$  με την κάθετη στον τοίχο. Αν  $u'$  το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας μετά την κρούση και  $\alpha$  η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνσή της με την κάθετη στον τοίχο, θα ισχύει

- α.  $u = u'$  και  $\pi > \alpha$ .
- β.  $u = u'$  και  $\pi = \alpha$ .
- γ.  $u > u'$  και  $\pi = \alpha$ .
- δ.  $u > u'$  και  $\pi > \alpha$ .

**1.16** Γ1151 Δύο σώματα με ίσες μάζες που κινούνται με μέτρα ταχυτήτων  $u_1$  και  $u_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση τα σώματα θα αποκτήσουν ταχύτητες με μέτρα  $u'_1$  και  $u'_2$  αντίστοιχα, που θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

α.  $u'_1 = u_1$  και  $u'_2 = u_2$ . β.  $u'_1 = 0$  και  $u'_2 = 0$ .  
 γ.  $u'_1 = 0$  και  $u'_2 = u_1$ . δ.  $u'_1 = u_2$  και  $u'_2 = u_1$ .

**1.17** Γ1153 Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  που κινείται προς τα δεξιά στη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου  $u$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  διπλάσιας μάζας.

Η μεταβολή της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση έχει αλγεβρική τιμή:

α.  $-\frac{mu}{3}$ . β.  $-\frac{2mu}{3}$ . γ. 0.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.18** Γ1154 Ένα σώμα A που έχει μάζα  $m$  και ταχύτητα  $u_1$  συγκρούεται με άλλο σώμα B που έχει διπλάσια μάζα και ταχύτητα  $u_2$ , αντίρροπη της  $u_1$ . Από τη κρούση δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι:

## συμμετρία

- α.  $\frac{1}{2}$ .                      β. 1.                      γ. 2.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.19** Γ1155 Δύο σώματα Α και Β, με μάζες  $m$  και  $3m$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα Α αρχική ταχύτητα έτσι ώστε να κινηθεί προς τη θετική φορά και να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Β. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος Β μετά την κρούση είναι

- α.  $-\frac{v}{2}$ .                      β.  $\frac{v}{2}$ .                      γ.  $\frac{v}{4}$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.20** Γ1156 Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ . Αν  $\Delta K_1$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  και  $\Delta K_2$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_2$  λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει

- α.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}$ .                      β.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1$ .                      γ.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.21** Γ1157 Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  που κινείται προς τη θετική κατεύθυνση συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ . Η ποσότητα της κινητικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από το σώμα  $\Sigma_1$  στο σώμα  $\Sigma_2$  μετά την κρούση γίνεται μέγιστη όταν

- α.  $m_1 < m_2$ .                      β.  $m_1 = m_2$ .                      γ.  $m_1 > m_2$ .

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.22** Γ1158 Δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , εκ των οποίων η  $m_1$  κινείται με ταχύτητα που έχει αλγεβρική τιμή  $u_1$  ενώ η  $m_2$  είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας  $u_1'$  του σώματος  $m_1$  θα δίνεται από την σχέση:

- α.  $u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$ .                      β.  $u_1' = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} u_1$ .                      γ.  $u_1' = \frac{2m_1}{m_1 - m_2} u_1$ .

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.23** Γ1160 Σώμα μάζας  $m_1=1$  kg κινείται προς τη θετική κατεύθυνση και προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου  $u_1=10$  m/s σε ακίνητη σφαίρα (2) μάζας  $m_2$  και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Μετά την κρούση η (1) κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u_1'=6$  m/s αλλά αντίθετης φοράς από την  $u_1$ . Η μάζα του σώματος  $m_2$  είναι:

- α.  $m_2=1$  kg.                      β.  $m_2=\frac{1}{4}$  kg.                      γ.  $m_2=4$  kg.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.