

ΜΕΡΟΣ Α

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 0

ΟΙ ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Κεφάλαιο 7^ο από το βιβλίο της Α' Γυμνασίου

Οι ρητοί αριθμοί

Οι αριθμοί με  ονομάζονται θετικοί. Οι αριθμοί με  ονομάζονται αρνητικοί.

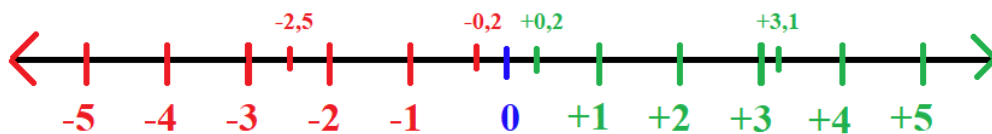
Το 0 δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός, είναι ουδέτερος.

Το  και το  ονομάζονται πρόσημα.

Δύο αριθμοί με το ίδιο πρόσημο ονομάζονται ομόσημοι.

Δύο αριθμοί με διαφορετικό πρόσημο ονομάζονται ετερόσημοι.

Η ευθεία των ρητών αριθμών

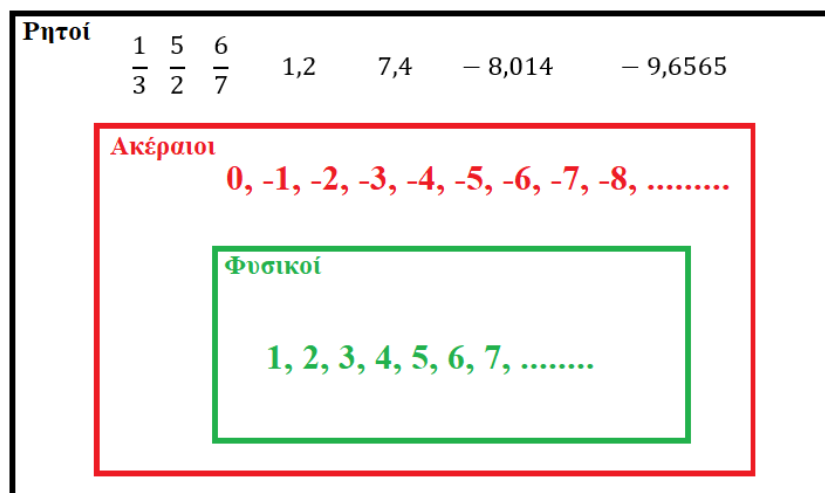


Σύνολα αριθμών

Φυσικοί: οι αριθμοί που μετράμε (μόνο θετικοί).

Ακέραιοι: οι «ολόκληροι» αριθμοί, που δεν έχουν δεκαδικό μέρος (θετικοί και αρνητικοί).

Ρητοί αριθμοί: όλοι οι θετικοί, αρνητικοί, δεκαδικοί, κλάσματα.



Πρόσθεση ρητών αριθμών

Ένας τρόπος να αντιληφθούμε την πρόσθεση δύο ρητών αριθμών, είναι να σκεφτόμαστε τα πρόσημά τους ως εξής:



$(+5) + (-3)$
 5 κερδισμένοι βαθμοί και 3 χαμένοι βαθμοί

$(+7) + (+4)$
 7 κερδισμένα € και 4 κερδισμένα €

$(-4) + (+2)$
 4 χαμένες ζωές video game και 2 κερδισμένες ζωές

$(-2) + (-6)$
 ξοδεύω 2€ και ξοδεύω 6 €

1. είμαι **κερδισμένος** ή **χαμένος**;
 2. κατά πόσο;

$(+5) + (-3)$
 κερδίζω **5** και **χάνω 3** **+2**
 κερδισμένος ή χαμένος; **κερδισμένος**
 για πόσο; για 2

$3 + (-9)$
 κερδίζω **3** και **χάνω 9** **-6**
 κερδισμένος ή χαμένος; **χαμένος**
 για πόσο; για 6

κερδισμένος ή χαμένος;
για πόσο;

χάνω 3 και χάνω 7
χαμένος
για 10

$(-3) + (-7)$

-10

Να συμπληρώσετε με τα κατάλληλα πρόσημα + ή - .

$$\begin{array}{ll} (+7) + (-5) = +12 & (-3) + (-10) = +7 \\ (-4) + (-2) = +6 & (-5) + (-5) = 0 \\ (-2) + (-10) = +8 & (-7) + (-2) = -5 \\ (-1) + (-5) = -6 & (-1) + (-4) = \dots 3 \end{array}$$

Μεθοδολογία

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης.

$$A = (+7) + (+2) + (-4) + (-5) + (-2) + (+3) + (-6)$$

Οι παρενθέσεις μπαίνουν για ξεχωρίζουμε τους αριθμούς πιο εύκολα.

Μπορούμε να τις παραλείψουμε, αφού έχουμε παντού πρόσθεση, και να κρατήσουμε μόνο τους αριθμούς **με τα πρόσημά τους**.

$$A = 7 + 2 - 4 - 5 - 2 + 3 - 6$$

Έχω διάφορα έσοδα (+) και έξοδα (-)

1. Τα υπολογίζω ξεχωριστά.
2. Τα συμψηφίζω.

$$A = 7 + 2 - 4 - 5 - 2 + 3 - 6$$

Έσοδα
7€ 2€ 3€

Σύνολο: 13€ έσοδα

Έξοδα
4€ 5€ 2€ 6€

Σύνολο: 17€ έξοδα

Άρα, είμαστε **χαμένοι** κατά 4€ → αποτέλεσμα: **-4**

Γράφουμε:

$$A = 7 + 2 - 4 - 5 - 2 + 3 - 6$$

$$A = 7 + 2 + 3 - 4 - 5 - 2 - 6$$

$$A = +13 - 17$$

$$A = -4$$

Ασκήσεις εμπέδωσης

1. Να εκφράσετε με αριθμούς και να κάνετε τις πράξεις που προκύπτουν:

α. Κερδίζω 6€ και μετά χάνω 7€.

β. Η θερμοκρασία πέφτει κατά 4 °C και μετά ανεβαίνει κατά 2 °C.

γ. Ξοδεύω 4€ και μετά ξοδεύω 6€.

2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$(+7) + (-3) = \dots\dots \quad (-5) + (+8) = \dots\dots \quad (-4) + (-2) = \dots\dots \quad (+8) + (-8) = \dots\dots$$

$$(-9) + (+6) = \dots\dots \quad (-17) + (-3) = \dots\dots \quad (+7,5) + (-3,2) = \dots\dots \quad (-5,7) + (-1,1) = \dots\dots$$

$$(-8,3) + (+8,3) = \dots\dots \quad \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = \dots\dots \quad \left(-\frac{8}{3}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) = \dots\dots \quad (-5) + (+8) = \dots\dots$$

3. Να υπολογίσετε και χωρίς παρενθέσεις.

$$8 - 5 = \dots\dots \quad 5 - 8 = \dots\dots \quad -3 + 7 = \dots\dots \quad -5 - 3 = \dots\dots$$

$$-2 - 7 = \dots\dots \quad -7 + 4 = \dots\dots \quad -18 + 18 = \dots\dots \quad 0 - 9 = \dots\dots$$

4. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων.

α) $(-3) + (-2) + (-7) + (-6) + (+5)$

β) $-4 + 1 - 2 - 7 + 4 - 7 + 6 - 2 - 2$

γ) $5 + 2 - 5 - 8 - 4 + 1 - 2$

δ) $-7 + 5 - 4 - 9 + 2 - 7 + 1 - 2 + 4$

ε) $-2 - 3 + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} - \frac{7}{4} + 1$

στ) $5 - 3 + \frac{1}{2} - \frac{6}{5}$

5. Να κάνετε τις πράξεις με τις μεταβλητές:

$$7\epsilon - 10\epsilon = \dots\dots$$

$$8x - 5x = \dots\dots\dots$$

$$4a - 7a = \dots\dots\dots$$

$$-9y + 5y = \dots\dots\dots$$

$$-6x + 8x = \dots\dots\dots$$

$$-5x - 2x = \dots\dots\dots$$

$$7x - 2x - 5x = \dots\dots\dots$$

$$-8\beta + 3\beta - 2\beta = \dots\dots\dots$$

6. Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = (+5) + (-7) + (-4) + (+2) + (-1) + (-6) + (+3)$$

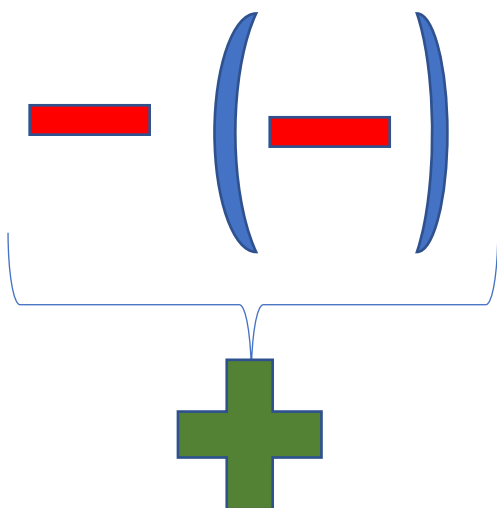
Αφαίρεση ρητών αριθμών

Θεωρία

Το πρόσημο «μείον»  σημαίνει **αντίθετος**.

Αντίθετος του -5 είναι το $+5$. Δηλαδή: $-(-5) = +5$

Αντίθετος του $+7$ είναι το -7 . Δηλαδή: $-(+7) = -7$



$$\begin{aligned} 5 - (-3) &= \\ 5 + 3 &= \\ 8 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4 - (-2) &= \\ -4 + 2 &= \\ -2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 - (+7) &= \\ 2 - 7 &= \\ -5 & \end{aligned}$$

Απαλοιφή παρενθέσεων

Για να βγάλουμε τις παρενθέσεις από μία παράσταση:

Όταν έξω από την παρένθεση υπάρχει $-$
τα κάνει όλα αντίθετα

Όταν έξω από την παρένθεση υπάρχει $+$
δεν αλλάζει τίποτα

$$-(5 - 4 + 2) = -5 + 4 - 2 \quad (\text{το μείον τα έκανε όλα αντίθετα})$$

$$+(-4 + 5 - 7) = -4 + 5 - 7 \quad (\text{απ' έξω είχε } +, \text{ οπότε δεν άλλαξε τίποτα})$$

Μεθοδολογία

Για να υπολογίσω μία παράσταση με προσθέσεις και αφαιρέσεις:

1. Βγάζω τις παρενθέσεις, σύμφωνα με τον κανόνα για τα πρόσημα.
2. Ομαδοποιώ τους **θετικούς** και τους **αρνητικούς**.
3. Υπολογίζω ξεχωριστά τα «έσοδα» και τα «έξοδα».
4. Βγάζω το τελικό αποτέλεσμα, αν είμαι **κερδισμένος** ή **χαμένος**.